

# UNSERE LIEBSTEN FORTBILDUNGSAKTIVITÄTEN

---

Die Abteilung Fachbezogener Erkenntnistransfer  
und das DZLM-Netzwerk sagen Danke!

## Liebe Leserinnen und Leser,

Ende September 2022 wird Prof. Dr. Jürg Kramer die Abteilung „Fachbezogener Erkenntnis-transfer“ (FET) des Leibniz-Instituts für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN) altersbedingt als Abteilungsdirektor verlassen. Das Netzwerk des Deutschen Zentrums für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM) wird er weiterhin in beratender Funktion unterstützen. Dies möchten wir als Netzwerkpartnerinnen und -partner, Mitarbeitende des DZLM sowie IPN zum Anlass nehmen und gemeinsam auf die letzten Jahre blicken.

Bereits im Jahr 2010 hat eine von der Deutsche Telekom Stiftung einberufene Experten-gruppe in „Mathematik entlang der Bildungskette“, einer Sammlung von Empfehlungen zur Kompetenzentwicklung und zum Förderbedarf im Lebenslauf, ein nationales Fortbildungszentrum für Mathematik vorgeschlagen. So wurde 2011 das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung (heute Lehrkräftebildung) Mathematik mit Jürg Kramer als Direktor gegründet. Mit seiner Expertise und jahrelangen Erfahrung in der Führung von großen Verbundprojekten leitete Jürg Kramer das DZLM-Netzwerk, das sich über Universitäten in ganz Deutschland erstreckt, über mehr als zehn erfolgreiche Jahre.

Besonders die Verstetigung des DZLM innerhalb der Abteilung „Fachbezogener Erkenntnis-transfer“ des Leibniz-Instituts für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik seit Januar 2021 ist dem Engagement von Jürg Kramer und den von ihm geschaffenen Strukturen zuzurechnen. Seit zwei Jahren ist er nun auch Direktor der IPN-Abteilung. Nach vielen gemeinsamen Jahren, spannenden Projekten und einem immer weiterwachsenden Netzwerk verabschiedet sich Jürg Kramer als Direktor der Abteilung FET und übergibt die Direktion an Hans Anand Pant. Wir freuen uns, dass er dem DZLM-Netzwerk weiterhin in beratender Funktion erhalten bleibt.

Um Revue passieren zu lassen, was das DZLM unter der Leitung von Jürg Kramer in den letzten Jahren erarbeitet und geleistet hat, möchten wir in diesem „Freundebuch“ unsere liebsten DZLM-Fortbildungsaktivitäten vorstellen.

## Lieber Herr Kramer, lieber Jürg,

vielen Dank für deine Zuverlässigkeit, deine Offenheit, deine Professionalität, deine Kommunikationsfähigkeit, dein Koordinationsgeschick und die angenehme sowie bereichernde Zusammenarbeit. Wir als DZLM-Netzwerk, DZLM-Mitarbeitende und Mitarbeitende des IPN wünschen dir auf deinem weiteren Weg nur das Beste, viel Gesundheit und ruhige Zeiten.

Dankeschön auch an alle Mitarbeitenden und Netzwerkpartnerinnen und -partner, die dieses „Freundebuch“ mit ihren liebsten Fortbildungsaktivitäten gefüllt haben.

Die Mitarbeitenden der Abteilung  
Fachbezogener Erkenntnistransfer und die  
Netzwerkpartnerinnen und Netzwerpartner  
sowie Mitarbeitenden des DZLM

# INHALT

<u>STECKBRIEF: Das ist Jürg Kramer</u> .....	<u>6</u>
<u>FORTBILDUNGSAKTIVITÄTEN</u> .....	<u>8</u>
Selbsterfahrung: Treppenaufgabe .....	<u>8</u>
Selbsterfahrung: Bedeutung-Erklären .....	<u>10</u>
Appollonisches Problem .....	<u>12</u>
Plättchen werfen .....	<u>14</u>
Potenzblume .....	<u>16</u>
Operative Dynamiken erkunden .....	<u>18</u>
Mit Streichhölzern vom arithmetischen Term zum Variablen term .....	<u>20</u>
Erklären der Gleichwertigkeit von Brüchen unterstützen ...	<u>22</u>
Orientierungen von Lehrkräften .....	<u>24</u>
Reflexion mehrdeutiger Textaufgaben .....	<u>26</u>
Brunnenaufgabe .....	<u>28</u>
Schöne Päckchen .....	<u>30</u>
Die magische Zauberku gel .....	<u>32</u>
Unterrichtssituationen analysieren und weiterführen .....	<u>34</u>
Geschmackstest .....	<u>36</u>
Magic Multiplication .....	<u>38</u>
<u>MITWIRKENDE</u> .....	<u>40</u>

## STECKBRIEF : Das ist Jürg Kramer



**ES IST GEBOREN ...** am 03. Juni 1956 in Zürich.

**ER IST PROFESSOR ...** für Mathematik und ihre Didaktik, seit 1994 an der Humboldt-Universität zu Berlin.

**ER FORSCHT ...** fachwissenschaftlich in der Zahlentheorie.

**ER BAUT BRÜCKEN ...** zwischen der Fach-Mathematik und der Mathematik-Didaktik.

**ER NETZWERKT ...** in allen Bereichen der Mathematik und Mathematik-Didaktik, vom Elementarbereich bis zur Lehramtsausbildung an den Hochschulen, von der Begabtenförderung bis zur Deutschen Mathematiker-Vereinigung.

**ER FÖRDERT ...** die Karrieren von zahlreichen Mathematiker:innen und Mathematik-Didaktiker:innen.

**ER MANAGT WISSENSCHAFT ...** in vielen großen Verbundprojekten wie Matheon, BMS, ECMath, MATH+, Humboldt-ProMINT-Kolleg, einem DFG-Graduiertenkolleg.

**ER ENGAGIERT SICH ...** in zahlreichen universitären Gremien und Funktionen, Gesellschaften und Vereinigungen.

**ER IST MASSGEBLICH BETEILIGT ...** an der Initiierung und Planung der ländergemeinsamen zehnjährigen Fortbildungsinitiative „QuaMath – Unterrichts- und Fortbildungsqualität in Mathematik entwickeln“.

**ER KOOPERIERT ...** und findet auch in herausfordernden Situationen immer den passenden Zugang.

**ER GRÜNDETE ...** als Direktor das Deutsche Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM).

**ER ÜBERFÜHRTE ...** das DZLM dauerhaft in das Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik (IPN).

**ER LEITET(E) ...** die Abteilung „Fachbezogener Erkenntnistransfer“ des IPN.

**& ER LÄUFT...** wie ein Schweizer Uhrwerk.

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Selbsterfahrung Treppenaufgabe

### MICH GIBT ES SEIT

2016

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Modul Diagnose und Förderung mathematischer Potentiale von Susanne Schnell, Susanne Prediger & Kim-Alexandra Rösike, Baustein 1

### ICH BIN DIE LIEBLINGS-AKTIVITÄT VON

Susanne Schnell, Susanne Prediger & Kim-Alexandra Rösike; Adaption: Karina Höveler & Kim-Alexandra Rösike  
Ausgehend von der Schulbuchvorlage Mathewerkstatt 6



Zu welchen Zahlen lassen sich Treppen bauen?

Probieren Sie es selbst aus!

Prediger, S., Barzel, B., Hußmann, S. & Leuders, T. (2013). Mathewerkstatt 6. Berlin: Cornelsen.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

**Satz von Sylvester:** Jede natürliche Zahl  $n > 2$  hat genau so viele Darstellungen als Summe aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen, wie sie ungerade Teiler hat. Dabei wird die Zahl 1 nicht als Teiler gezählt, aber  $n$  selbst.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Erstaunlicherweise ist es egal, mit welcher Gruppe von Lehrkräften – Anwärter:innen, Noviz:innen oder Expert:innen – man diese Aufgabe bearbeitet, fast immer wiederholen sich Niveaustufen von Lösungen, Strategien, Hürden, Darstellungsformen und offene Fragen.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

- Bearbeiten von Lernendenaktivitäten
- Hineinversetzen in Lernende
- Analysieren von Unterrichtselementen
- Im weiteren Fortbildungsverlauf: (Eigene) Handlungs- & Impulsoptionen abwägen

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

- Kennenlernen von Unterrichtsaktivitäten und -materialien
- Wissen erarbeiten (hier: fachlich und fachdidaktisch)

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

#### Fachlicher Fokus:

„Satz von Sylvester“: Wie viele Möglichkeiten der Darstellungen gibt es jeweils? Können Sie eine allgemeingültige Beschreibung finden?

#### Fachdidaktischer Fokus:

„Potentialförderung“: „Wie und für welche Gruppe würden Sie die Aufgabe einsetzen?“; „Welche Impulse können Sie im Lösungsprozess setzen?“; „Wie schätzen Sie den Differenzierungsgehalt der Aufgabe ein?“

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Selbsterfahrung: Bedeutung-Erklären

### MICH GIBT ES SEIT

mehreren Jahren

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Sprachbildung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe, Baustein 2 von Susanne Prediger unter Mitarbeit von Dilan Şahin-Gür, Birte Pöhler, Udo Kietzmann & Volker Eisen

### ICH BIN DIE LIEBLINGS-AKTIVITÄT VON

Birte Friedrich-Pöhler

Wie viel Prozent sind 90 € von 120 €?

Wie viel Prozent sind 120 € von 90 €?

Um wie viel Prozent liegt 120 € über 90 €?

### Selbstversuch in Partnerarbeit

Wie sollen Ihre Lernenden die unterschiedlichen Bedeutungen der drei Sätze erklären? Vermeiden Sie dabei die formalbezogenen Vokabeln „Prozentwert“ & „Grundwert“.

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Ich konfrontiere Lehrkräfte in einer Fortbildung zur Sprachbildung im Mathematikunterricht mit dem mathematischen Inhaltsbereich der Prozentrechnung, an dem sie später Ansätze & Prinzipien der sprachbildenden Unterrichtsplanung exemplarisch erarbeiten. Durch mich sollen sie sich mit den verschiedenen fachlichen Bedeutungen der drei gegebenen Sätze sowie deren möglichen sprachlichen Realisierungen auseinandersetzen.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Lehrkräfte sollen dafür sensibilisiert werden, wie schwer es ist, die Bedeutungen der drei Sätze & die Differenzen zwischen ihnen ohne Verwendung der ihnen bekannten Fachbegriffe zu erklären.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Meistens kommt es bei den Teilnehmer:innen zu einem AHA-Effekt hinsichtlich der Relevanz bedeutungsbezogener Sprache, da es ihnen selbst oft schwer fällt, die Unterschiede zwischen den Sätzen ohne die Fachbegriffe zu beschreiben. Manchmal wird Einzelnen aber auch Fachliches klarer.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

- **Hineinversetzen** der Lehrkräfte in mögliche Schwierigkeiten von Lernenden, die die Fachbegriffe zu Prozenten noch nicht kennen bzw. mit Bedeutung gefüllt haben
- **Analysieren** der gegebenen Sätze und ihrer Unterschiede, um (geforderte) Erklärung von Lernenden antizipieren zu können

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Die Lehrkräfte sollen sensibilisiert werden für die Wichtigkeit bedeutungsbezogener Sprache sowie die Grenzen von Fachsprache im engeren Sinne.

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

- Welche Schwierigkeiten von Lehrkräften mit dir fallen dir auf?
- Wie würdest du gerne adaptiert werden?

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Appollonisches Problem

### MICH GIBT ES SEIT

der Antike. Das Problem ist benannt nach Apollonios von Perge (265 - 190 v. Chr).

Als Fortbildungsaktivität bin ich gerade erst auf die Welt gekommen, in Gedanken aber schon weit gediehen, denn ich wurde schon häufig in der Lehrerbildung mit Studierenden eingesetzt, um Spaß an Mathematik anzuregen und das fachdidaktische Potential dieser Aufgabe kennen zu lernen.

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

zukünftig vielleicht DigMa („Digitale Medien zur kognitiven Aktivierung“) oder in QuaMath

### ICH BIN DIE LIEBLINGSAKTIVITÄT VON

Bärbel Barzel

1. Lösen Sie die folgende Schüleraufgabe:

Wähle drei beliebige Objekte aus Punkt, Gerade und Kreis (z.B.: PPP, PKG, GKG) aus. Suche einen Kreis, der die drei Objekte berührt.

2. Diskutieren Sie das Potential der Aufgabe.

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Es ist eine wunderbare selbstdifferenzierende Aufgabe, d.h. sie ist auf verschiedenen Niveaus lösbar. Ihr weiteres Potential:

- Man kann leicht beginnen und sich packen lassen, weiter zu machen, weitere Fälle zu untersuchen von wachsender Schwierigkeit.
- Es wird mathematisches Denken des Explorierens, Vermutens und Begründens angeregt.
- Man kann hieran wunderschön die Rolle von Geometriesoftware als Beispielgenerator, Explorationsfeld durch die dynamischen Visualisierungen erleben. Dabei unterstützt der Rechner beim Explorieren, beim Vermuten und ggf auch beim Begründen der Vermutungen.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Schönes, anregendes Zusammenspiel von Algebra und Geometrie, das in der Geschichte der Mathematik viele Mathematiker:innen seit der Antike aufgegriffen, erweitert und mit neuen Nuancen gefüllt haben.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Die Studierenden sind stets gepackt von diesem Stück faszinierender Mathematik – vor allem weil die Aufgabenstellung so einfach zu verstehen ist und beim Tun erst die Weite des Problems erkannt wird. Das wirkt ungeheuer motivierend. Vor allem erleben sie am eigenen Tun das große Potential einer solch selbst- oder natürlich differenzierenden Aufgabe und wie wertvoll das ist, Schüler:innen an Mathematik heranzuführen.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Explorieren – Zusammenhänge entdecken, Vermuten, Argumentieren bis zum Begründen, Konstruieren, systematisches Vorgehen bei den verschiedenen Fällen

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Aufzuzeigen, wie es gelingen kann, beim Explorieren eine Beweis- und Begründungskultur aufzubauen

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

„Hört es jemals auf, sich Neues rund um das Appollonische Problem auszudenken?“

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Plättchen werfen

### MICH GIBT ES SEIT

Vielleicht schon immer?

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

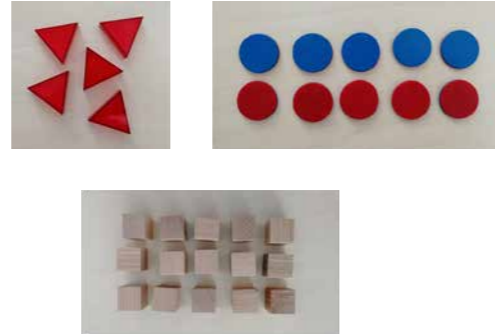
Aus dem Modul „Mengen und Zahlen“ von „EmMa – Erzieher:innen machen Mathematik“ (und alle darauf aufbauenden Professionalisierungsangebote)

### ICH BIN DIE LIEBLINGS-AKTIVITÄT VON

Hedwig Gasteiger und Julia Bruns

M teilt jeweils drei Materialschälchen an Kleingruppen aus. In der ersten Schale befinden sich 5, in der zweiten Schale 10 und in der dritten Schale 15 Elemente des gleichen Materials. Die Materialien sind verdeckt.

M bittet die TN sich in einem Kreis aufzustellen, die erste Schale vor sich auszuschütten und die Anzahl der Elemente zu bestimmen. Anschließend sollen die TN sich darüber austauschen, wie sie die Anzahl bestimmt haben. Dies wird nacheinander mit allen Schalen durchgeführt. Am Ende werden die unterschiedlichen Strategien im Plenum gesammelt.



Bilder:  
Theresa Schopferer

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Unterschiedliche Vorgehensweisen (nicht nur Zählen!) zur Mengenerfassung in Abhängigkeit von ihrer Mächtigkeit zu erfahren, zu verbalisieren, kennen zu lernen und zu systematisieren. Dabei können Strukturen zur schnellen Wahrnehmung der Mengen und Anzahlerfassung erkannt, generiert und genutzt werden.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Die Anzahl der Gesamtmenge kann erfasst werden, indem die Anzahlen kleinerer Teilmengen „auf einen Blick“ erfasst werden. Dadurch können verschiedene Zerlegungen der Zahl deutlich werden (Teil-Ganzes-Verständnis) und ein Verständnis für Mengeninvarianz kann bewusst gemacht werden.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Die Fach- und Lehrkräfte erproben spielerisch eigene und fremde Strategien, sprechen über ihre Vorgehensweisen und finden gemeinsam noch viele weitere Möglichkeiten, die Anzahl zu erfassen. Sätze, die uns dabei immer wieder erfreuen:

- „Ich habe das einfach so gesehen!“
- „Das sah’ so ein bisschen aus wie die Würfelsechs!“
- „Das waren fünf Blaue und vier Rote – das musste ich gar nicht zählen.“

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Nutzen von Strukturen zur Anzahlerfassung, Teil-Ganzes-Verständnis

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Strategien zur Mengenwahrnehmung und Anzahlerfassung kennen lernen, erproben und reflektieren.

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

- Sollten die Kinder nicht besser erstmal alles ordentlich zählen?
- Ist es wichtig, dass Kinder schnell zählen können?
- Kann man lernen, das so schnell zu sehen?



# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Potenzblume

### MICH GIBT ES SEIT

... es digitale Werkzeuge zum Plotten von Funktionen im Mathematikunterricht gibt.

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

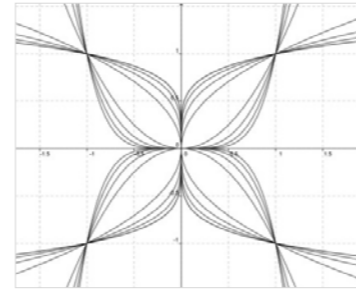
GTR-kompakt, Modul 3

s. Klinger, M., Thurm, D., Barzel, B., Greefrath, G., & Büchter, A. (2018). Lehren und Lernen mit digitalen Werkzeugen: Entwicklung und Durchführung einer Fortbildungsreihe. In R. Biehler, T. Lange, T. Leuders, B. Rösken-Winter, P. Scherer, & C. Selter (Hrsg.), Mathematikfortbildungen professionalisieren (S. 395–416). Springer Fachmedien Wiesbaden. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-19028-6\\_20](https://doi.org/10.1007/978-3-658-19028-6_20)

### ICH BIN DIE LIEBLINGSAKTIVITÄT VON

Gilbert Greefrath

Erstellen Sie mit Ihrem Folienplotter diese Blume aus Potenzfunktionen.



### MEIN MATHEMATIK-DIDAKTISCHES POTENTIAL

Die Eigenschaften von Potenzfunktionen können mit digitalen Werkzeugen auf verschiedene Weise entdeckt werden. Die Nutzung des digitalen Werkzeugs als Tool zum Entdecken, zum Kontrollieren und Wiederholen kann an einem einzigen Beispiel verdeutlicht werden.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Die Eigenschaften von Potenzfunktionen und die Nutzung des Werkzeugs können schülerorientiert fokussiert vermittelt werden. Ein leicht verständlicher Auftrag kann vielfältige Überlegungen anregen.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Die Lehrkräfte entdecken verschiedene Arten der Nutzung digitaler Werkzeuge (black-box, white-box).

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Fachliche, fachdidaktische und technologische professionelle Kompetenzen können durch eine Aktivität gefördert werden.

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Vielfältige Planung, Durchführung und Reflexion von Unterrichtssequenzen mit digitalen Werkzeugen in verschiedenen Unterrichtsphasen. Die Lehrkräfte...

- ... erkennen, dass sich der Mehrwert des Einsatzes des digitalen Mathematikwerkzeugs je nach Unterrichtsphase unterscheidet und das digitale Mathematikwerkzeug verschiedene Funktionen erfüllt
- ... nutzen das digitale Mathematikwerkzeug bei geeigneten Themen auch zum Einstieg in ein neues Thema
- ... unterscheiden verschiedene Ziele und Formate beim Üben
- ... sind in der Lage, schüleraktivierende Aufgaben für den Einsatz mit dem digitalen Mathematikwerkzeug zu konstruieren
- ... reflektieren ihre Überzeugungen zum Einsatzzeitpunkt des digitalen Mathematikwerkzeugs
- ... reflektieren ihre Überzeugungen zum Produktiven Üben mit dem digitalen Mathematikwerkzeug

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

- Wie sollte eine gute Einführung einer neuen Funktionenklasse mit digitalen Werkzeugen gestaltet werden?
- Wie kann man mathematisch Blumen überreichen?

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Operative Dynamiken erkunden

### MICH GIBT ES SEIT

2021

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Vom Zählen zum Rechnen, 3. Baustein, Operationsvorstellungen von Lara Graf, Uta Häsel-Weide, Karina Höveler & Marcus Nührenbürger

### ICH BIN DIE LIEBLINGSAKTIVITÄT VON

Uta Häsel-Weide

$$\begin{array}{ll} 5 + 3 = 8 & 4 + 4 = 8 \\ 5 + 2 = 7 & 3 + 1 = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 4 - 4 = 0 & 8 - 1 = 7 \\ 5 - 3 = 2 & 8 - 0 = 8 \end{array}$$



Erläutern Sie: Wo sehen Sie die obere Aufgabe?  
Wie verändern Sie das Bild, damit die untere Aufgabe passt?

Illustration:  
M. Bischoff

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

**Unterrichtsebene:** Verbalisierung von unterschiedlichen Deutungen der Situationen. Gewinnbringend ist es, in einem ersten Schritt die Situation im kooperativen Setting Wippe zu deuten, wobei ein Kind eine Deutung vornimmt und das andere den passenden Term notiert. In einem zweiten Schritt kann dann die Situation operativ verändert werden, indem Personen abgedeckt werden oder dazu gezeichnet werden oder eine veränderte Tätigkeit ausführen.

**Fortbildungsebene:** Selbsterfahrung der Verbalisierung von Situationen und der Mehrdeutigkeit von Sachbildern für die Lehrkräfte. Dabei geht es für die Lehrkräfte darum zu erkennen, wie Operationen (nicht Zahlen) verbalisiert werden und die oft auf eine Grundvorstellung fokussierte eigene Sicht zu reflektieren.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Nach anfänglichem Zögern finden die Lehrkräfte viele verschiedene Aufgaben und sind erstaunt über die verschiedenen Möglichkeiten der Deutung und die unterschiedlichen Möglichkeiten der Veränderungen.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

- Verbalisieren von Sachsituationen
- Analysieren der Grundvorstellungen
- Erkennen der Mehrdeutigkeit von Sachbildern

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

- Kennenlernen von Unterrichtsmaterialien und -aktivitäten
- Sensibilisierung für Mehrdeutigkeiten

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

Kritische Nachfragen:

- Ist es nicht besser, wenn man sich auf eine Deutung festlegt?
- Werden die Kinder durch die Aufgabe nicht verwirrt?
- Wann kann die Aufgabe eingesetzt werden?

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Mit Streichhölzern vom arithmetischen Term zum Variablen-term

### MICH GIBT ES SEIT

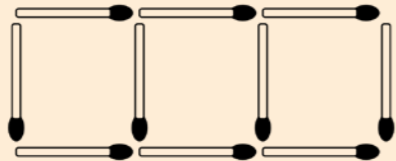
Wie lange es mich gibt, weiß ich ehrlich gesagt gar nicht! Die Aufgabenstellung selbst gibt es sicherlich schon ewig – der gezielte Einsatz in Fortbildungen ist eher neu.

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Algebra-Modul der DZLM-Multi-Basisqualifizierung und im Projekt „QuaMa-Hamburg“ (Ebenfalls Multiplikator:innen-Basisqualifizierung)

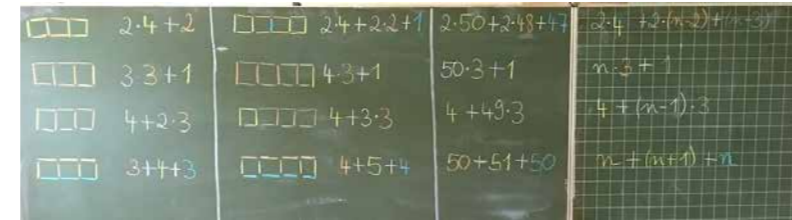
### ICH BIN DIE LIEBLINGS-AKTIVITÄT VON

Lars Holzäpfel



Notiere: Wie viele Streichhölzer benötigt man für 3, 4, 50, beliebig viele Quadrate?

Optional kann eine kurze Du-Phase eingeschoben werden, bevor dann in der Wir-Phase am Plenum an der Tafel oder am Tablet die Sammlung der einzelnen Ergebnisse erfolgt. Dabei entsteht dieses Tafelbild:



### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Mathematikdidaktisch entfalte ich das Potential vor allem auf der Unterrichtsebene. Interessant ist aber, dass sich die Teilnehmenden der Fortbildung voll und ganz auf diese Aufgabe einlassen und sich dabei selbst herausgefordert fühlen. Sie erleben diese Aufgabe ganz analog zu den Lernenden in einer Unterrichtsstunde. Sie sind überrascht von der Vielfalt der Lösungsansätze, die die Kolleg:innen zusammentragen und sie entdecken selbst viele neue Aspekte in den Lösungen. Dabei bekommen arithmetische Terme eine neue Bedeutung und werden plötzlich interessant – und das macht Lust darauf, dies im Unterricht auszuprobieren. Erstaunlich ist auch, mit welcher Aufmerksamkeit die Beschreibungsgleichheit der Terme wahrgenommen wird. Wichtig beim Notieren der Lösungen ist die Visualisierung durch Farben, damit die strukturellen Elemente deutlich werden.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Die Darstellungsvernetzung ist sicherlich ein Kern; aber auch der Variablenaspekt der Veränderlichen steht im Fokus. Nicht können die Termumformungen dadurch hergeleitet werden.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Erstaunen, Aha-Erlebnisse, „ich-will-das-gleich-ausprobieren-Phänomen“, Neugier, welche Lösungen es sonst noch gibt.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Vielfältige Lösungswege nachvollziehen und antizipieren können. Unterschiedliche Lösungsansätze aufeinander beziehen können. Denkprozesse, die hinter den einzelnen Lösungsansätzen stehen, analysieren und durchschauen können.

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Vormachen, wie man mit Schüler:innen arbeitet – d.h. sich die Zeit nehmen, einmal eine Aufgabe in der Tiefe Schritt für Schritt durchzuarbeiten. Parallel zur Durchführung der Aufgabenbearbeitung im Ich-Du-Wir-Prinzip auf der Metaebene den Bearbeitungsprozess reflektieren und dabei erläutern, an welchen Stellen worauf zu achten ist (z.B. die Bedeutung der Ich-Phase hervorheben, weil dabei verschiedene Ansätze entstehen oder aufzeigen, wie Teilnehmende (bzw. später die Schüler:innen) verschiedene Lösungsansätze aufeinander beziehen können).

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

Wieviel Zeit wird benötigt? Meine Antwort: Viel! Und diese Zeit ist gut investiert. Es macht hier gar keinen Sinn, schnell weiterzugehen – viel wichtiger ist, einmal richtig in die Tiefe zu gehen. Genau diese Haltung wurde noch niemals angezweifelt, weil durch das eigene Erleben die Sinnhaftigkeit einer ausgedehnten Bearbeitung plausibel wurde.

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Erklären der Gleichwertigkeit von Brüchen unterstützen

### MICH GIBT ES SEIT

Mich gibt es seit etwa 2017, aber ich habe mich immer weiterentwickelt, je besser wir verstanden haben, worüber es sich dabei lohnt zu reflektieren.

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Sprachbildung  
im Mathematikunterricht

### ICH BIN DIE LIEBLINGS- AKTIVITÄT VON

Susi Prediger

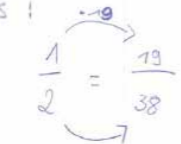
Ein Lehrer hat in seiner Klasse 6 die Gleichwertigkeit von Brüchen eingeführt an Rechteckbildern und daraus die Rechenregel des Erweiterns abgeleitet. Er stellt der Klasse folgenden Schreibauftrag:

1. Entwerfen Sie zunächst selbst einen Erwartungshorizont: Was genau sollen die Kinder schreiben zur Erklärung?
2. Entwerfen Sie Formulierungshilfen.

Die nebenstehenden Formulierungshilfen hat der Lehrer zum Schreibauftrag gegeben:

3. Vergleichen Sie diese Formulierungshilfen mit ihrem Entwurf und begründen Sie, was Ihnen besser gefällt.
4. Analysieren Sie die Produkte der Lernenden im Hinblick auf sprachliche und fachliche Aspekte.

es z.B. mit 19 multiplizieren und bei dem Nenner das selbe, in diesem Fall ist das Ergebnis!



Brüche erweitern heißt, die Strichen immer feiner einteilen, der Anteil bleibt gleich



Brüche werden erweitert, indem man die Brüche noch mal teilt, z.B. 1/2 wird zu 2/4

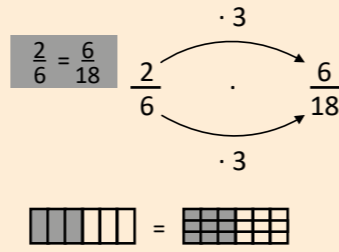
Brüche werden erweitert, indem sie nach einer bestimmte Zahl multipliziert werden.

### Schreibauftrag

Was bedeutet  $2/6 = 6/18$ ?

Erkläre schriftlich, wie die Brüche „verwandelt“ werden.

Nutze, falls nötig, die nebenstehenden Hilfen.



... wird multipliziert mit ...

Die untere Zahl ... Der Nenner ...

... wird mit ... mal genommen ...

Der Zähler ...

Die obere Zahl ...

... wird mit ... multipliziert

...wird mal genommen mit ..

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Von dem oberflächlichen Suchen von Formulierungshilfen hin zur tieferliegenden mathematikdidaktischen Substanz: Lehrkräfte realisieren erst nach und nach, welche die mathematisch relevanten Sprachhandlungen sind: Erklären von Bedeutungen und inhaltlich-anschauliches Begründen der Rechenregel durch Anknüpfen an die Vorstellung.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Während viele Lehrkräfte zunächst nur das Erläutern der Rechenregel im Blick haben und dafür Formulierungshilfen suchen, liegt der semantische Kern der Aufgabe darin, die Bedeutung der Gleichwertigkeit von Brüchen zu erklären, dass nämlich gleichwertige Brüche genau diejenigen sind, die denselben Anteil eines Ganzen beschreiben, nur mit unterschiedlich feiner Einteilung. Oft dauert es erstaunlich lange, daraus auch eine Begründung abzuleiten, warum die Rechenregel zu gleichwertigen Brüchen führt. Mit Lehrkräften arbeiten wir immer wieder am semantischen Kern der Sache, und gerade der Blick auf die Sprache schärft diesen Kern aus.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Lehrkräfte finden zunächst nur formalbezogene Formulierungshilfen, obwohl sie das Bild auch wichtig finden. Das gemeinsame Ringen darum, eine Sprache zu entwickeln, mit der man auch den semantischen Kern explizieren kann, führt dann zur Bewusstheit darüber, wie wichtig bedeutungsbezogene Sprache für das Erklären von Bedeutung ist.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

(Formulierungshilfen zu) Aufgaben formulieren, analysieren, weiterentwickeln und zu Lernendenprodukten in Bezug setzen

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Wissen erarbeiten und konsolidieren, hier insbesondere zum Zusammenhang von fachlichen Teilzielen, Sprachhandlungen und Sprachmitteln in Abgrenzung von Inhalt und Kalkül

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Orientierungen von Lehrkräften

### MICH GIBT ES SEIT

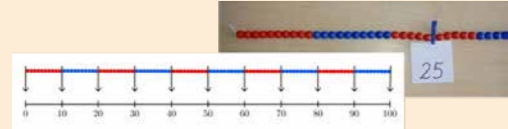
Dezember 2021

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Qualifizierung von Multiplikator:innen für MaCo

### ICH BIN DIE LIEBLINGS-AKTIVITÄT VON

Bettina Rösken-Winter



### Umgang am Zahlenstrahl

1. Trage die Zehnerzahlen (10, 20, 30, 40, 50, ...) auf dem Hunderterstreifen ein.

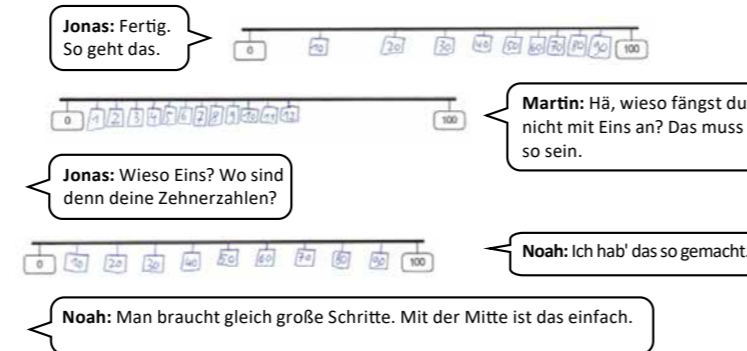


2. Wie kann man Zahlen auf dem Hunderterstreifen eintragen? Was hilft dir?

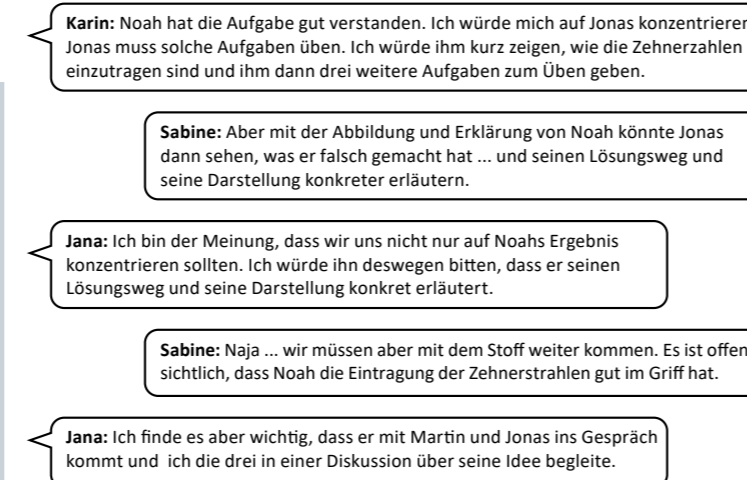
### Erkundung in Break-Out Rooms

- a) Diskutieren Sie, welche Orientierungen die vier Lehrerinnen aus Ihrer Sicht zeigen:
  1. kurzfristige Reparatur vs. Langfristigkeit
  2. Fokus auf Rechenfertigkeit vs. Verstehensorientierung
  3. Lehrplanbefolgung vs. Diagnoseleitetheit
- b) Setzen Sie gemeinsam den Dialog fort, indem Sie als Fortbildner:in Impulse setzen, um auf die Lehrkräfte einzugehen, aber auch die Prinzipien nachhaltigen Lernens zu akzentuieren.

Ausgangspunkt der Diskussion der Lehrkräfte in der Fortbildung ist nachstehende Unterrichtsszene:



Die Lehrkräfte diskutieren die Unterrichtsszene in der Fortbildung wie folgt:



### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Orientierungen von Lehrkräften bzgl. wichtiger Unterrichtsprinzipien reflektieren und konstruktiv nutzen

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Fundierung der natürlichen Zahlen aus kardinaler und ordinaler Perspektive für den Unterricht in der Primarstufe nutzen

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Aha-Erlebnis zu den Orientierungen der Lehrkräfte

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Orientierungen wahrnehmen, interpretieren und Entscheidungen in Bezug auf Erreichung der Lernziele treffen

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Expertise von Multiplikator:innen stärken bzgl. des Balancierens zwischen Lernziel-erreichung und atmosphärischen Zielen

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Reflexion mehrdeutiger Textaufgaben

### MICH GIBT ES SEIT

2004

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Sachrechnen im Mathematikunter-  
richt der Grundschule

Carsten hat 4 Bretter gekauft. Jedes ist 2,5 Meter lang.  
Wie viele Bretter von 1 Meter Länge kann er daraus machen?

### Arbeitsauftrag

1. Lösen Sie die Aufgaben mit grundschulgemäßen Strategien.
2. Reflektieren Sie anschließend:  
Welche besonderen Anforderungen werden beim Lösen der  
Sachaufgaben an die Lernenden gestellt?

(aus Verschaffel  
et al. 2000)

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Zusammenspiel elementarer Rechen-  
operationen und Größenbereiche

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Sensibilisierung für individuelle Zugänge zu mathematischen  
Gegenständen sowohl auf Ebene der Lernenden als auch der  
Lehrkräfte

### ICH BIN DIE LIEBLINGS- AKTIVITÄT VON

Petra Scherer

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Die Aufgabe erlaubt unterschiedliche Modellierungen, Lösungen, Lösungsstrategien auf verschiedenen Repräsentationsebenen und regt vielfältige Diskussionen und Argumentationen unter Lernenden sowie unter Lehrkräften an. Die Aufgabe eignet sich in besonderer Weise für den Umgang mit Heterogenität.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Nach einem ersten individuellen Zu-  
gang sind Lehrkräfte beim ersten Aus-  
tausch mit Kolleg:innen überrascht  
über die unterschiedliche Interpre-  
tation des Kontextes, die Vielfalt der  
Lösungen und Strategien. Bei der wei-  
teren Reflexion von Schülerdokumen-  
ten sind sie dann erfahrungsgemäß  
auch sensibilisiert für differenzierte  
Bewertungen von Schülerlösungen.

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

- Verwirrt diese Vielfalt an Lösungen und Strategien nicht insbesondere lernschwache Schüler:innen?
- Wie bewerte ich die unterschiedlichen Lösungen und Lösungsstrategien?

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Brunnenaufgabe

### MICH GIBT ES SEIT

Gute Frage! Schon länger - zumindest in der Literatur ...

- Büchter & Leuders, 2005, S. 33
- Holzäpfel, Leuders & Rott, 2016, S. 2
- Holzäpfel, Lacher, Leuders & Rott, 2018, S. 122

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

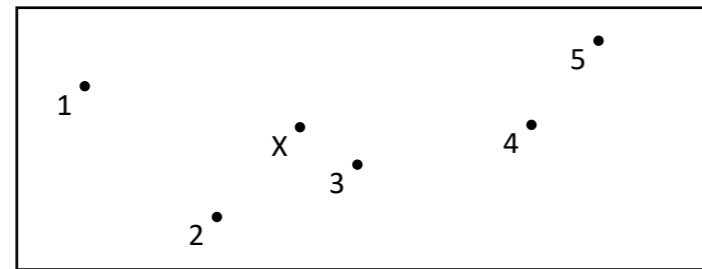
- DZLM-Fortbildung „Praxistaugliche Wege zum Problemlösen im Mathematikunterricht“ (2022)
- DZLM-Material zur Gestaltung eigener Fortbildungen „DZLM – Problemlösen – BS2“ (auf der DZLM-Website zugänglich seit 2018)

### ICH BIN DIE LIEBLINGSAKTIVITÄT VON

Karina Demmler

Die Karte zeigt ein Stück Land. Es gibt fünf Brunnen in diesem Gebiet. Stelle dir vor, du stehst bei X mit einer Herde von Schafen, die Durst haben. Zu welchem Brunnen gehst du?

Entwickle eine Einteilung des Landes in fünf Gebiete, sodass zu jedem Ort in einem Gebiet der Brunnen in diesem Gebiet der nächstgelegene ist.



(Holzäpfel, Leuders & Rott, 2016, S. 2)

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

- ... aufzuzeigen, was eine Aufgabe leisten sollte, um auch wirklich Problemlösen hervorzurufen (u.a. nicht zu viel Vorwissen, bspw. sollte das Konzept der Mittelsenkrechten noch nicht bekannt sein).
- ... als Beispiel dafür, wie Problemlösen sowohl in einer entdeckenden Unterrichtsphase als auch mit curricularer Einbindung unterrichtet werden kann.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

... durch die Abstandsmessungen ausgehend von den Brunnen den Begriff der Mittelsenkrechten zu verstehen.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

... dass Lehrkräfte sich selbst auf die Aufgabe stürzen und diese schnell gedanklich zu lösen versuchen – was ja zur Analyse von Lösungen erstmal nicht verkehrt ist.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

... sich durch verschiedene Fragestellungen in eine Aufgabe vertiefend hineinzudenken und Ereignisse zu antizipieren, z.B.:

- Wie könnte diese Aufgabe von meinen Schüler:innen gelöst werden? Würde sie für alle ein Problem darstellen?
- Welche Strategien könnten meine Schüler:innen anwenden?
- Wie und durch welche der gestuften Hilfen könnte ich leistungsschwächere Schüler:innen unterstützen und leistungsstärkere Schüler:innen fordern?

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

... zu verstehen, dass Problemlösen nicht automatisch durch den Einsatz einer scheinbaren Problemlöseaufgabe hervorgerufen wird, sondern Kriterien (wie Vorwissen bzw. Zeitpunkt des Einsatzes, notwendige Hürde, Differenzierungsmöglichkeiten, Offenheit, ...) eine Rolle spielen.

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

Eher: ... die mir gestellt wurden und in Bezug auf die Unterstützung der Lernenden sehr relevant sind:

- Wäre es nicht besser, wenn ich die Aufgabe umformuliere? Meine Schüler:innen würden das ansonsten nicht verstehen.
- Wäre es nicht besser, wenn ich das X auf der Landkarte weglasse und erstmal nur zwei Brunnen betrachten lasse? Meine Schüler:innen würde das irritieren.

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Schöne Päckchen

### MICH GIBT ES SEIT

2015

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Aktuell aus dem Fortbildungsmodul:  
01. Fachnetzwerktreffen im Rahmen  
des Projekts SchuMas (Schule macht  
stark)

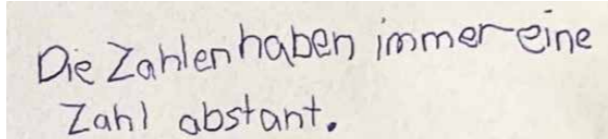
Oder im Selbstlernmodul:  
<https://primakom.dzlm.de/node/221>

### ICH BIN DIE LIEBLINGS- AKTIVITÄT VON

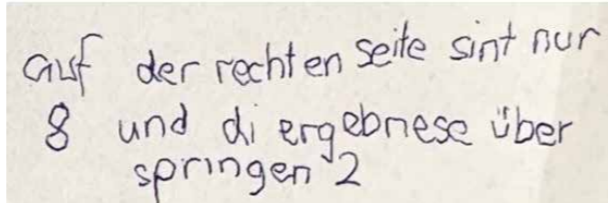
Daniela Götze

### Welches Schöne Päckchen haben die Kinder beschrieben?

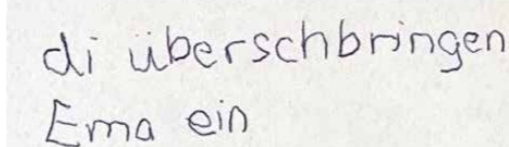
Drei Kinder der ersten Klasse haben das gleiche Schöne Päckchen zur Addition beschrieben. Welches Schöne Päckchen steckt hinter diesen drei Beschreibungen? (oder genauer gesagt: Welches operative additive Muster haben die Kinder beschrieben?)



Die Zahlen haben immer eine Zahl abstant.



auf der rechten Seite sind nur 8 und die Ergebnisse über springen 2



die überschbringen Erma ein

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Lehrkräfte dafür zu sensibilisieren, dass für die kommunikative Funktion von Sprache eine geteilte Unterrichtssprache wichtig ist, damit dieselben mathematischen Inhalte auch gleich bezeichnet werden (Sprachhürden vermindern). Zudem zeigen die Dokumente, dass die Kinder lediglich das operative Muster beschreiben, es aber keine Begründung für die Konstanz der Summe gibt: Wo bleibt die kognitive Funktion von Sprache?

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Nicht nur über Muster reden, sondern diskursiv aushandeln, wie dieses Muster zu denken ist (kommunikative und kognitive Funktion von Sprache adressieren).

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Lehrkräfte sind schnell damit zufrieden, wenn die Kinder die Päckchen beschreiben können. Dass damit aber das Potential des Aufgabenformats verpasst wird, dieser Gedanke muss sensibel entfaltet werden.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Unterscheidung von kommunikativer und kognitiver Funktion von Sprache sowie Diagnose von nur auswendig gelernten Satzbausteinen und wirklichem Verständnis für das Muster.

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Sprachbewusster Mathematikunterricht dient dem Verstehen mathematischer Inhalte und Konzepte. Eine geteilte Unterrichtssprache ist hierfür hilfreich, sie ersetzt aber nicht den Diskurs über den mathematischen Kern.

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

- Wie können sprachliche Verstehenshürden unterrichtsimmanent reduziert werden?
- Welche Ziele verfolgt ein sprachbewusster Mathematikunterricht in der Grundschule?



# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Die magische ZauberKugel

### MICH GIBT ES SEIT

2008  
(zunächst eine Aktivität mit Uli Brauner und später weiterentwickelt)

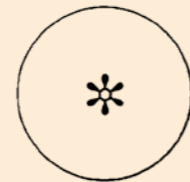
### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Bislang noch keinem, aber es gibt z.B. Bezüge zu Modul 3 des berufsbegleitenden Masterstudiengangs.

### ICH BIN DIE LIEBLINGS-AKTIVITÄT VON

Katrin Rolka

- a) Denke dir eine beliebige zweistellige Zahl. Bilde die Quersumme und ziehe das Ergebnis von der ursprünglichen Zahl ab. Suche anschließend das zum Ergebnis passende Symbol in der Tabelle und konzentriere dich auf dieses. Klicke dann auf die Kugel.



99	☼	79	◇	59	☼	...
98	♣	78	*	58	→	...
97	☰	77	☼	57	⌘	...
96	℔	76	☉	56	☾	...
95	☆	75	✱	55	℔	...
94	☾	74	◇	54	*	...
...	...	...	...	...	...	...

- b) Finde heraus und begründe, warum die Kugel dein Symbol kennt.

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben zunächst selbst und begründen Sie auf möglichst vielen Wegen, warum die Kugel das Symbol kennt.
2. Analysieren Sie anschließend die Lernendendokumente und versuchen Sie, eine Bezeichnung für die jeweilige Vorgehensweise zu finden.

0000 0000  
0000 0000  
0000 0000  
Wenn man die Quersumme abzieht, bleiben 9er Reihen übrig. Das funktioniert für jede Zahl!

Die Zahlen von 10 bis 19 gehen auf 9 von 20 bis 29 auf 18 und immer 9 weiter.  
ABER WARUM?

68 - 14 = 54  
53 - 8 = 45  
26 - 8 = 18  
Die Ergebnisse sind immer durch 9 teilbar. Das stimmt immer und in der Tabelle steht immer das gleiche Zeichen.

Exemplarische Lernendendokumente

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Es können unterschiedliche Niveaustufen zum Beweisen thematisiert werden, beispielsweise generische Punktmuster oder generische Beweise mit Zahlen. Insbesondere wird dadurch die Möglichkeit eröffnet, das Beweisen als wichtige prozessbezogene Kompetenz im Mathematikunterricht in unterschiedlichen Jahrgangsstufen zu behandeln.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Das Beweisen als typische mathematische Denk- und Arbeitsweise wird fokussiert.

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Die Selbsterfahrung mit der anschließenden Analyse von Lernendendokumenten führt oft dazu, dass Lehrkräfte erstaunt sind über die vielfältigen Beweismöglichkeiten.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Die Lehrkräfte sollen sich zunächst selbst in die Aufgabe eindenken. In der Regel nutzen sie einen algebraischen Beweis und lernen oftmals erst durch die Analyse der Lernendendokumente die vielfältigen Beweismöglichkeiten kennen. Durch die Aufforderung, eine Bezeichnung für die unterschiedlichen Vorgehensweisen zu finden, werden die Lehrkräfte angeregt, das jeweils Charakteristische herauszuarbeiten.

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Die Lehrkräfte sollen für die Vielfalt an unterschiedlichen Niveaustufen zum Beweisen sensibilisiert werden.

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

- Was ist der Unterschied zwischen einem reinen Zahlenbeispiel und einem generischen Beweis mit Zahlen?
- Sind alle Beweise gleichwertig?
- Was macht einen Beweis zu einem Beweis?

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Unterrichtssituationen analysieren und weiterführen

### MICH GIBT ES SEIT

... in Textform wahrscheinlich schon seit es fallbasiertes Lernen in der Lehrerbildung gibt; in den letzten Jahren auch in Form von Videos oder Cartoons

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

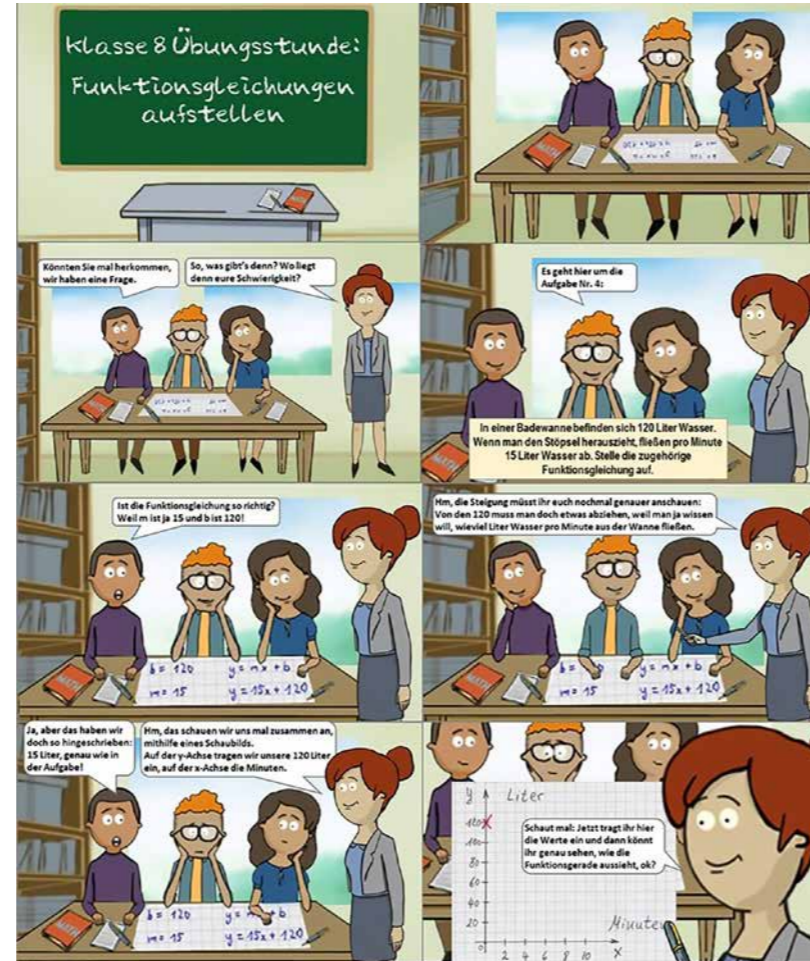
Die gezeigte Cartoonvignette wurde erstmals 2015 im Rahmen der Fortbildung „Darstellungen als Schlüssel zum Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen im Mathematikunterricht“ eingesetzt (Friesen & Kuntze, 2017).

### ICH BIN DIE LIEBLINGS-AKTIVITÄT VON

Marita Friesen

### MEIN MATHEMATIK-DIDAKTISCHES POTENTIAL

Die Cartoonvignette thematisiert den Umgang mit vielfältigen Darstellungen mit Fehlern im Bereich lineare Funktionen. Von den SuS verwendete Darstellungen (Rechnungen, Zeichnungen, Sprache...) werden als Zugang zu deren heterogenen Vorstellungen und Denkwegen betrachtet, welche die Lehrkraft im weiteren U-Verlauf nutzen kann. Vielfältige Darstellungen sind dabei wesentlich für den Aufbau mathematischer Kompetenzen, unverbundene Darstellungswechsel stellen jedoch häufig Lernhürden dar; sie sollten deshalb nicht unbedacht von einer Lehrperson durch eine „Hilfestellung“ herbeigeführt werden.



Wie gut eignet sich die Reaktion der Lehrkraft, um den Lernenden weiterzuhelfen? Bitte beurteilen Sie im Hinblick auf den Umgang mit Darstellungen und begründen Sie!

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Lehrkräfte versetzen sich in die Rolle der Lehrkraft („Ich stelle mir gerade vor, wie ich durch meine Klasse gehe und dass dann auch diese typischen Fragen auftauchen ...“) oder nehmen diese besonders streng unter die Lupe, da es sich nicht um eine „echte“ Lehrperson handelt („So würde ich das bestimmt NIE machen ...“).

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Austausch und Nachdenken über den Umgang mit vielfältigen Darstellungen im Bereich lineare Funktionen, insbesondere über individuelle Lernunterstützung (Anknüpfen an von den SuS bereits genutzte Darstellungen) und den produktiven Umgang mit Fehlern. Die Lehrkräfte analysieren z.B. gemeinsam die Aufgabe, die SuS-Lösung, die Vorgehensweise der gezeigten Lehrkraft. Durch die Auseinandersetzung mit der eher wenig geeigneten Reaktion der Lehrkraft (z.B. unverbundener Darstellungswechsel), wird die Diskussion und Begründung über mögliche alternative Handlungsmöglichkeiten besonders angeregt. Setzt man die Vignette zu Beginn und am Ende einer FB ein, können die (schriftlichen) Reaktionen darauf gut von den Teilnehmenden selbst verglichen und ein Lernzuwachs daran beschrieben und reflektiert werden.

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Fördern des Teacher Noticing: Außerhalb des komplexen U-Geschehens, ohne die Notwendigkeit sofort reagieren zu müssen, sich in Ruhe SuS-Antworten und mögliche Reaktionen darauf überlegen können und das in die U-Praxis mitnehmen; SuS-Darstellungen als möglicher Zugang zu deren (individuellen) Lernständen und Denkwegen wahrnehmen, verstehen, wertschätzen

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

„Aber ist es nicht IMMER gut, wenn man von etwas Abstraktem zu etwas Anschaulichem wechselt?“

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Geschmackstest

### MICH GIBT ES SEIT

Während Geschmackstests ein bekanntes Einstiegsbeispiel sind, gibt es mich, also diese Art des Einstiegs, bei der zunächst intuitive Beurteilungen der Unsicherheit erwünscht sind, die man dann später mit den tatsächlich möglichen Beurteilungen von Hypothesen durch Tests konfrontiert, seit etwa 2017.

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Stochastik in der Gymnasialen Oberstufe: Hypothesentesten – Einsteigen, Vernetzen, Vertiefen (Baustein 1: Verständnisorientierter Einstieg in das Hypothesentesten)

### ICH BIN DIE LIEBLINGSAKTIVITÄT VON

dem Stochastik-Sek2-Team der Universität Paderborn: Rolf Biehler, Birgit Griese, Ralf Nieszporek

### MEIN MATHEMATIKDIDAKTISCHES POTENTIAL

Mit mir kann man erleben, wie ein verständnisorientierter Zugang zum Hypothesentesten im Unterricht realisiert werden kann. Ich setze nicht auf Rezepte, biete aber einen Leitfaden zur Orientierung: Es gibt verschiedene Fehlvorstellungen zum Hypothesentesten, z.B: Man kann die Wahrscheinlichkeit der Gültigkeit von Hypothesen angeben; eine Hypothese nicht zu verwerfen bedeutet, sie anzunehmen; Hypothesentests liefern definitive Ergebnisse auch ohne Berücksichtigung des Kontextes.

Das, was aus Sicht des Hypothesentestens als Fehlvorstellung gilt, kann aber aus intuitiver Sicht durchaus naheliegend sein. Dieses Spannungsfeld kann bereits mit der Einstiegsaufgabe erlebbar gemacht werden und in weiteren Aktivitäten vertieft werden. Ich kann und soll in modifizierter Form auch im Unterricht selbst verwendet werden. Das Reflektieren und Diskutieren eigener intuitiver Vorstellungen zum Hypothesentesten und der Aufbau korrekter Vorstellungen im Rahmen der Fortbildung ist ein Baustein der Entwicklung der entsprechenden Unterrichtskompetenz.

Person	Anzahl richtig erkannter Wassersorten von 40	absolut sicher, dass die Person rät	praktisch sicher, dass die Person rät	ziemlich sicher, dass die Person rät	unsicher (keine Aussage)	ziemlich sicher, dass die Person besser ist als der Rater	praktisch sicher, dass die Person besser ist als der Rater	absolut sicher, dass die Person besser ist als der Rater
Silvia	37							
Lisa	30							
Tim	27							
Peter	23							

### Diskussionsfrage

Beurteilen Sie mithilfe der Skala, ob die jeweilige Person rät oder besser als der Rater ist. Dabei geben Sie bitte auch an, wie sicher Sie in Ihrer Beurteilung sind.

### DIESE KOGNITIVEN FÄHIGKEITEN WERDEN DURCH MICH ADRESSIERT

Argumentieren und Kommunizieren, kritische Verknüpfung mathematischer Verfahren mit Alltagsdenken

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Spannende, kontroverse Diskussionen, bei denen auch Kolleg:innen mit Erfahrungen zum Unterrichten von Hypothesentesten viel Neues dazulernen.

### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Ich kann als Grundlage dafür dienen, das Konzept des P-Wertes einzuführen: Überschreitungswahrscheinlichkeit des vorliegenden Ergebnisses bei Gültigkeit der Nullhypothese „Es wird mit Wahrscheinlichkeit von 50 % geraten“.

### DIESE PROFESSIONALISIERUNGSFUNKTION WIRD MIT MIR VERFOLGT

Mit meiner Hilfe werden Lehrkräfte für unterschiedliche Fehlvorstellungen sensibilisiert und lernen Unterrichtsmaterial kennen, mit dem diese adressiert und aufgeklärt werden können.

### WICHTIGE FRAGEN, DIE MIR GESTELLT WERDEN KÖNNEN

Welche Alternativen gibt es für die Einführung ins Hypothesentesten? Geht das alles eigentlich auch mit 40 Gläsern Rotwein, würde ein Weinkenner vielleicht fragen. Naja, die Annahmen konstanter Wahrscheinlichkeit und stochastischer Unabhängigkeit müssten da wohl erstmal gründlich geprüft werden.

# NAME DER FORTBILDUNGSAKTIVITÄT

## Magic Multiplication

### MICH GIBT ES SEIT

Einer von Susis ersten Sprachfortbildungen, also schon eine ganze Weile

### ICH ENTSTAMME AUS FOLGENDEM FORTBILDUNGSMODUL

Fachspezifische Sprachbildung  
– Basismodul

### ICH BIN DIE LIEBLINGS-AKTIVITÄT VON

Lena Wessel

### Wieso ist das so schwierig?

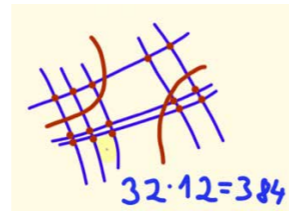
**Selbstversuch:** Denken und erklären Sie schriftlich in ihrer Fremdsprache, warum das Verfahren funktioniert. Schalten Sie nicht zwischendurch auf Deutsch um!

#### Helping words

Line  
Intersection  
Digit  
Multiply, Add up  
Count  
Place Values  
Digits  
Unes  
Tens  
Carry (Übertrag)

#### Vocabulaire

la Ligne  
une Intersection  
le Chiffre  
Multiplier, additionner  
Compter  
le Valeur de position  
le Chiffre des Unités  
le Chiffre des Dizaines  
le Chiffre des Centaines



Magic Multiplication  
(YouTube-Video,  
1:44 min)  
<http://www.youtube.com/watch?v=AjvshZMYPs>  
(Idee Gongolin)

### MEIN MATHEMATIK-DIDAKTISCHES POTENTIAL

Bedeutung der Stellenwerte beim Multiplizieren in einer neuen Darstellung verstehen lernen

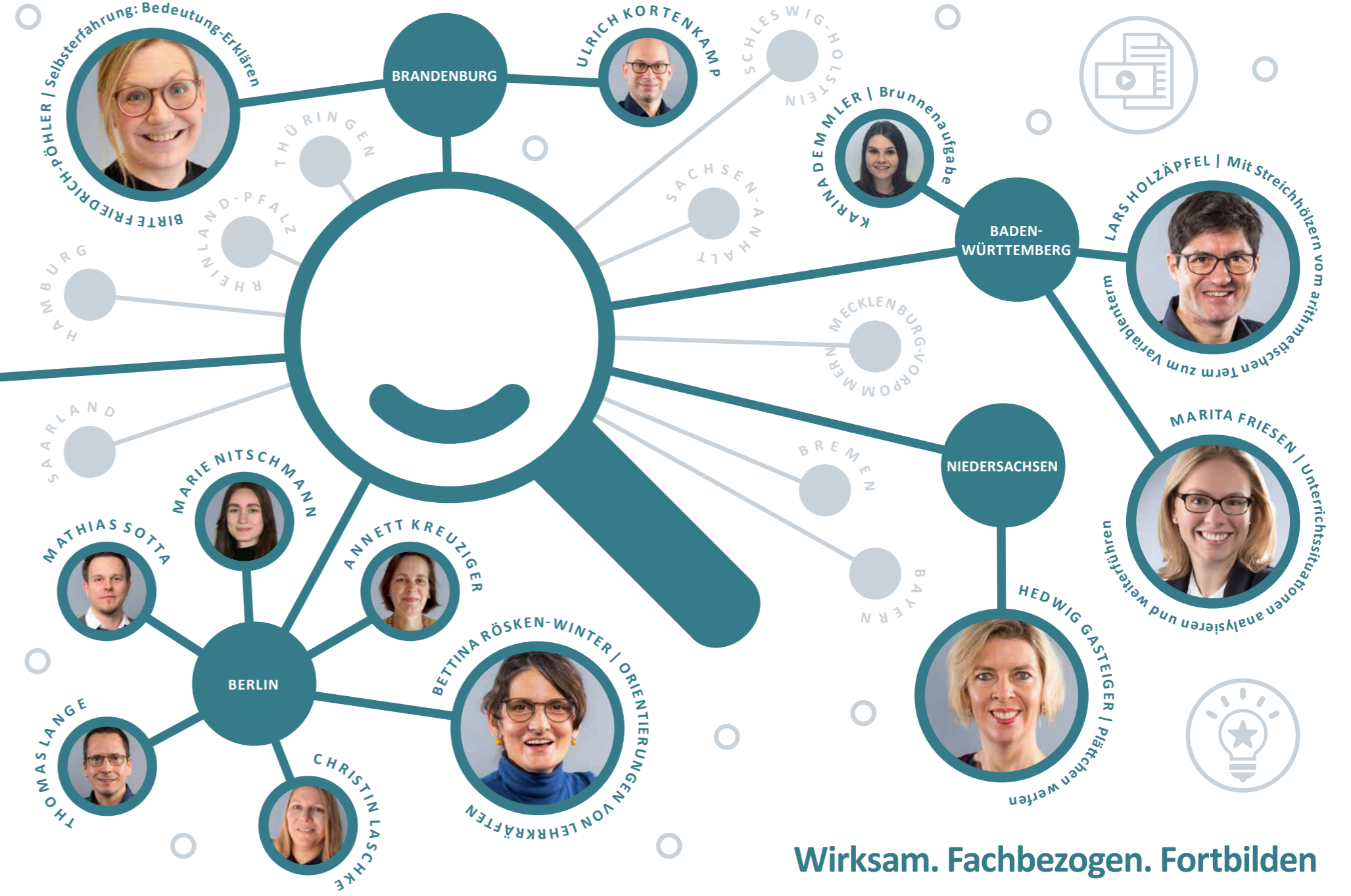
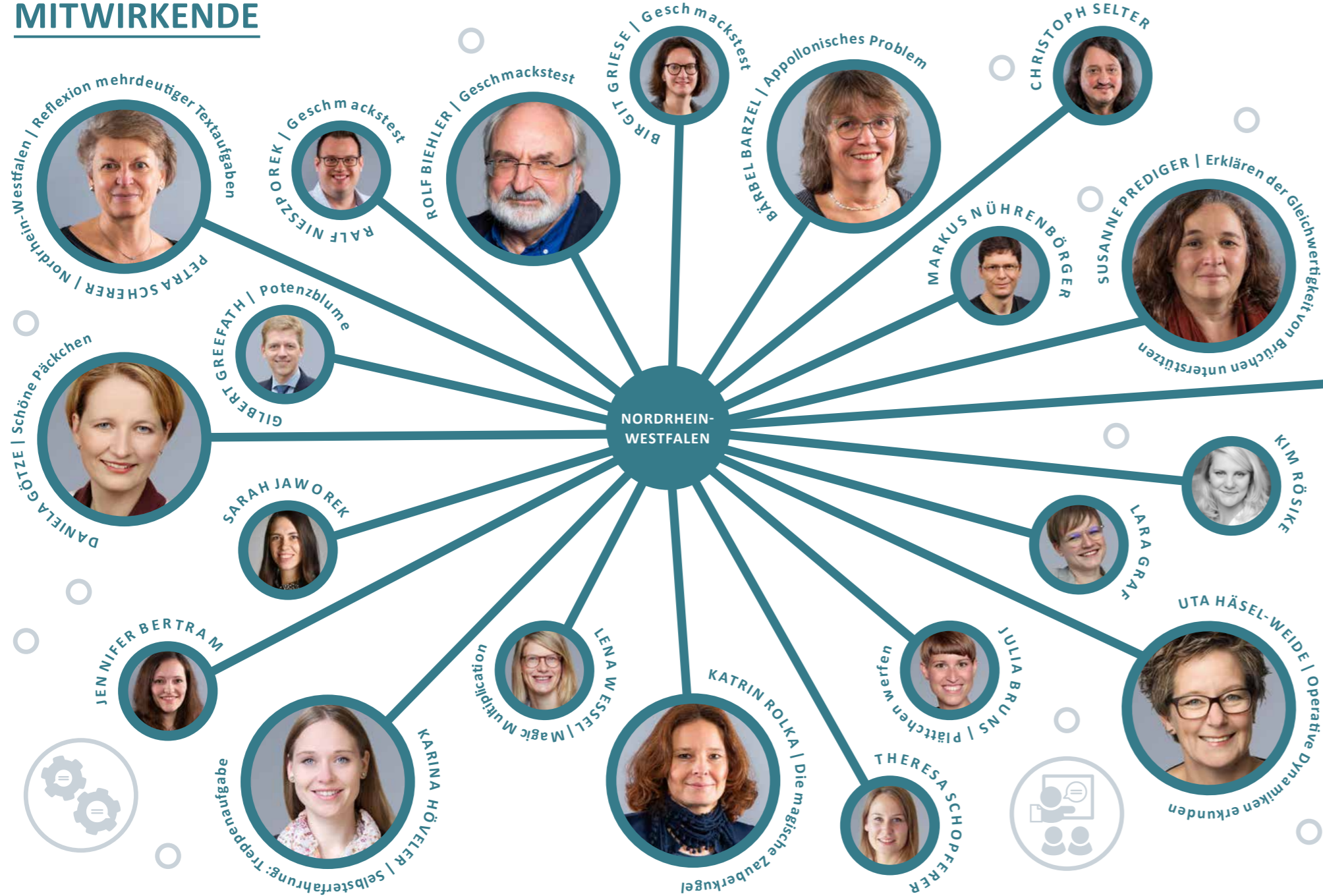
### MEIN MATHEMATISCHES POTENTIAL

Schnell multiplizieren

### MIT DIESEM ERLEBNIS IST BEI MEINEM EINSATZ IN FORTBILDUNGEN ZU RECHNEN

Es ist sehr eindrucksvoll zu beobachten, wie sich Teilnehmende zunächst darüber wundern, dass das gezeigte Verfahren funktioniert, um sich dann anschließend Gedanken über das wie und warum zu machen. Zusätzlich kann man durch mich erleben, dass Teilnehmende sensibilisiert werden für kulturelle Unterschiede und dass es nicht immer den EINEN Weg zum Ziel gibt.

# MITWIRKENDE



Wirksam. Fachbezogen. Fortbilden

Idee und Konzept: Brite Friedrich, Karina Höveler, Thomas Lange, Susanne Prediger, Kim Rösike

Redaktion / Projektmanagement: Birte Friedrich, Marie Nitschmann

Gestaltung: Marlen Retke

